La *Synthèse subjective* et l'enseignement des mathématiques [1]

M. Gibier

La *Synthèse subjective*, dernier ouvrage d'Auguste Comte, est une œuvre unique en son genre qui se caractérise d'abord par une extrême densité : le terme de *synthèse* n'a jamais été aussi justifié. C'est d'abord un cours complet de mathématiques, de l'arithmétique à la mécanique en passant par l'algèbre et la géométrie, qui a la précision des meilleurs traités didactiques. Et ceci est déjà remarquable : on y retrouve l'essentiel des *Eléments d'algèbre* et de *géométrie* de Clairaut, les principales découvertes d'Archimède et d'Apollonius, une reprise de tout ce que Comte avait déjà exposé dans son *Traité élémentaire de géométrie analytique*, une théorie complète de la différentiation et de l'intégration qu'on ne trouve nulle part ailleurs dans son oeuvre, et j'en passe. Mais le livre propose en même temps une « philosophie mathématique », en un double sens : d'abord, comme Comte l'affirme dès ses écrits de jeunesse, au sens où *philosophie* signifie esprit d'ensemble ; d'autre part et corrélativement, au sens où la philosophie rapporte tout à la fin dernière de l'humanité. Comme cette fin dernière est l'unité humaine, qui suppose non seulement la systématisation de nos connaissances du monde extérieur, mais aussi et surtout la subordination de l'égoïsme à l'altruisme, comme elle est donc de nature morale en même temps que théorique, cette philosophie des mathématiques s'inscrit en outre dans une perspective religieuse (la *religion* étant ce qui *relie*). C'est la dimension la plus étonnante de l'ouvrage : Auguste Comte ne se contente pas de réfléchir au rôle que les mathématiques doivent jouer dans le progrès individuel et collectif des hommes, mais, grand prêtre de l'humanité, il rend déjà cette amélioration effective en rédigeant (selon des règles très codifiées, j'y reviendrai) les leçons sur lesquelles le futur sacerdoce positiviste devra s'appuyer pour « régénérer » l'enseignement des mathématiques. Les lecteurs auxquels Comte s'adresse dans cet ouvrage, ce ne sont certainement pas les mathématiciens de son temps, ni les historiens des sciences, mais les futurs maîtres des « jeunes disciples de l'Humanité ».

Faut-il souligner l'intérêt d'une telle synthèse pour notre temps ? Ce qui la caractérise, la patience de l'élémentaire d'une part et l'esprit d'ensemble d'autre part, voilà justement ce qui nous manque le plus. Notre école *informe* au lieu d'*instruire*, ayant renoncé à suivre l'ordre des raisons pour se soumettre aux intérêts extérieurs de la société. Les mathématiques constituant, comme le suggère leur nom, le point de départ de tout apprentissage véritable, elles sont particulièrement touchées par le refus d'instruire : inutile de rappeler les performances de nos élèves aux divers classements ou nos difficultés à recruter des professeurs actuellement. Plus profondément, il est consternant de voir que la géométrie, c'est-à-dire le cœur des mathématiques, a quasiment disparu non seulement de l'enseignement secondaire, mais aussi des classes préparatoires aux écoles d'ingénieur. Permettez-moi de citer le propos d'Alain, « Géométrie et Latin », qui commence par cette phrase intempestive : « Je trouve ridicule qu'on laisse le choix, aux enfants ou aux familles, d'apprendre ceci plutôt que cela. » Alain rappelle que les théologiens, dans le doute, « baptisaient tout forme humaine », et il demande : « Allons-nous choisir, nous autres, et refuser le baptême humain au frivole ou à l'endormi ? »[2] Si nous voulions vraiment le donner, ce baptême humain, alors la *Synthèse subjective* serait peut-être un des ouvrages les plus utiles à étudier.

[1] Conférence donnée à la Maison Auguste Comte le 29 septembre 2022.
[2] Alain, *Propos* du 15 juin 1925.

Texte publié sous licence Creative Common © Mathieu Gibier – *Septembre* 2023.

Ne cachons pas pourtant l’inquiétude que peut faire naître en même temps le projet de Comte. Je viens de dire que, si l’école n’instruit pas, c’est parce qu’elle se soumet aux intérêts extérieurs de la société, parce qu’elle subordonne ce qui devrait être sa fin, l’instruction, à d’autres objectifs qui ne lui sont pas essentiels. Or, Auguste Comte insiste tellement sur la destination religieuse de son enseignement et sur les conséquences morales des mathématiques, qu’on peut se demander si cela ne doit pas compromettre la qualité didactique de son traité. De plus, sa volonté de mettre les mathématiques au service de la religion de l’Humanité ne l’a-t-elle pas rendu aveugle à ce qu’il y avait en elles de plus vivant et de plus riche d’avenir à son époque ? Je voudrais préciser ce problème en passant en revue trois idées fondamentales de la *Synthèse subjective* : la volonté de clore le domaine mathématique ; l’usage des démonstrations en géométrie ; les spéculations numérologiques de Comte.

I

D’abord, les mathématiques, dont l’objet est le plus simple et le plus général, et aussi par conséquent le moins intéressant de tous, ne constituent que le premier degré de la hiérarchie des sciences. Cela signifie certes, d’une part, qu’elles sont incontournables et que c’est en elles seules qu’on peut apprendre la vraie Logique ; mais aussi, d’autre part, que loin de se prétendre la science reine, elles doivent au contraire se mettre au service de toutes les autres sciences. Rien de plus faux que la phrase souvent citée de Gauss : « La mathématique est la reine des sciences, et la théorie des nombres est la reine des sciences mathématiques ».

L’étude des mathématiques n'est qu’une propédeutique : il convient de ne pas s’y arrêter. Aussi Comte n’a de cesse de nous mettre en garde contre le matérialisme des mathématiciens, qu’il définit systématiquement comme la réduction du supérieur à l’inférieur (et dont il distingue plusieurs formes dans la *Synthèse*[3]). Or, par ailleurs, le champ des mathématiques est par nature illimité. Bornons-nous ici au cas de la géométrie : on pourra toujours, comme il le remarque au chapitre 3 (COMPLET), découvrir de nouvelles propriétés du triangle ou du cercle. On pourra toujours également imaginer de nouvelles courbes à étudier. Il convient donc de circonscrire résolument cette science, en lui assignant un but unique, suffisamment indiqué par son nom : la *mesure* des lignes, surfaces et volumes, toujours réductible en dernière instance à la comparaison de plusieurs lignes droites. L’étude des propriétés des figures ne doit être cultivée que dans la mesure où elle contribue, indirectement mais de façon essentielle, à ce but. Les questions qui ne s’y rapporteraient pas doivent être laissées de côté comme « oiseuses ». Si Comte voit dans la fondation cartésienne de la géométrie analytique une révolution capitale, c’est précisément parce qu’elle permet de surmonter ce « mauvais infini » qui menace sans cesse le géomètre de dispersion, en donnant les moyens de développer des théories générales pouvant s’appliquer indifféremment à n’importe quel type de courbes (algébriques) : par exemple la théorie du nombre de points déterminants qu’il pense avoir le premier mise en ordre, la théorie des tangentes et de la courbure grâce au calcul différentiel, ou bien sûr les théories de la quadrature et de la cubature grâce au calcul intégral, directement relatives à la finalité de la géométrie. Comte voit même dans la géométrie de Descartes le premier type d’une synthèse *subjective*, puisqu’elle permet d’unifier les théories selon les problèmes que le géomètre se propose et non plus selon les objets.

Il ne se trompe pas en pensant être ainsi fidèle à l’esprit de l’auteur de la *Géométrie*, car Descartes lui-même est animé par le souci de pas *s’attarder dans les mathématiques*. Après la publication de son essai, il ne cesse de rappeler à ses correspondants qu’il est passé à autre chose, et

[3] Le matérialisme propre aux algébristes est jugé au début du chapitre 2, celui des géomètres au début du chapitre 4.

Texte publié sous licence Creative Common © Mathieu Gibier – *Septembre* 2023.

il ne se prive pas de qualifier de « bagatelles » nombre de problèmes auxquels s'occupent les géomètres parisiens, par exemple les problèmes qui relèvent de la théorie des nombres ou les découvertes de Roberval sur les propriétés de la cycloïde (qui a pourtant stimulé l'inventivité de Descartes lui-même sur ce sujet et dont un paragraphe de la *Synthèse subjective* reprend la méthode de construction de la tangente). Dans les deux cas, même réaction agacée de la part des géomètres contemporains : on sait que Leibniz, par exemple, a pu reprocher à Descartes de mesurer les limites de l'esprit humain d'après celles de son propre entendement.

De fait, la volonté de clore, de limiter le domaine des mathématiques, se traduit également de manière frappante par l'insistance d'Auguste Comte sur la faible portée de notre intelligence, sur le peu de choses que nous pouvons connaître, et le grand nombre de problèmes qui resteront à jamais pour nous insolubles. Il s'agit pour lui, non seulement d'éviter le « mauvais infini » dont j'ai parlé, mais aussi de contrecarrer l'effet inévitable des mathématiques sur le jeune esprit qui découvre qu'il peut trouver la vérité par ses propres forces : le développement dangereux de l'orgueil, et la surestimation de l'intelligence, au détriment de la culture du cœur. Comte rappelle donc, après Clairaut qu'il suit si souvent dans ses leçons de géométrie dite « préliminaire » (CH3), qu'un problème aussi simple que la quadrature du cylindre oblique est définitivement hors de notre portée. Il se ramène en effet à une intégrale elliptique. De même, au chapitre 2, il ne cesse de souligner la faible portée de nos moyens algébriques, et il serait facile de multiplier les exemples.

On pourrait, à cet égard, opposer les figures d'Auguste Comte et de David Hilbert. Celui qui passe pour un des meilleurs mathématiciens du début du XXe siècle est connu, au contraire, pour avoir dit que tout problème mathématique doit avoir une solution accessible à notre esprit, puisque la solution est en nous. Il faut bannir des mathématiques, dit-il en polémiquant contre les propos du physicien Dubois-Reymond, « le stupide *ignorabimus* ». Certes, il est des problèmes qui, dans un cadre donné, ne peuvent pas recevoir de solution : on ne peut pas résoudre par radicaux l'équation générale du 5e degré. Mais, même dans ce cas, le mathématicien peut prendre pour objet cette impossibilité même et en trouver une démonstration. Ces preuves d'impossibilité ne sont pas les moins fécondes : elles ouvrent parfois de nouveaux champs pour les mathématiciens, comme ici, en l'occurrence, la théorie des groupes de Galois. Auguste Comte, au contraire, déclare que l'impossibilité de résoudre l'équation en question est suffisamment évidente, et semble considérer comme une perte de temps la recherche d'une preuve de cette impossibilité.

Revient ainsi, sur un tel exemple, l'inquiétude que je mentionnais au début : le souci « religieux » d'Auguste Comte ne lui aurait-il pas fait manquer les développements les plus prometteurs des mathématiques ? L'exemple du cylindre oblique et des intégrales elliptiques n'est pas moins significatif que celui de la théorie des équations, puisque les découvertes d'Abel et de Jacobi au sujet des fonctions elliptiques, directement issues de l'étude de ces intégrales impossibles à exprimer par les moyens analytiques ordinaires, constituaient un domaine très vivant des mathématiques au milieu du XIXe siècle. Mais ne cherchons pas dans l'ouvrage ce qui ne peut pas s'y trouver : Comte ne prétend pas donner des sujets de recherche aux futurs mathématiciens, mais réaliser une synthèse des mathématiques existantes qui les préserve de la dispersion. Je ne crois pas qu'un tel projet fût inutile ou encore moins nuisible à l'enseignement des mathématiques, bien au contraire.

II

On pourrait s'inquiéter, deuxièmement, de la manière dont Comte préconise l'usage des démonstrations en géométrie. Celui-ci n'hésite pas à soutenir, au CH3, qu'il convient de ne pas tout

Texte publié sous licence Creative Common © Mathieu Gibier – *Septembre* 2023.

démontrer dans un cours de géométrie, parce que ce qu'il faut faire naître chez les élèves est une « foi démontrable », mais non pas toujours « démontrée ». Comte, reprenant une idée qu'on trouve déjà chez Clairaut, excuse les géomètres grecs qui, à l'instar d'Euclide, ont cherché à démontrer même des théorèmes évidents par eux-mêmes, en rappelant le contexte historique : ils avaient à combattre les arguties des sophistes. Nous n'avons plus la même excuse. L'ambition de ne rien admettre sans démonstration ne serait rien de moins qu'une forme « d'égoïsme logique » (s'il est permis de donner un autre sens à cette expression de Kant), de rébellion de l'individu contre l'Humanité. Celui qui, comme moi, déplore qu'on demande si souvent aux élèves de retenir et d'appliquer sans comprendre les formules et les résultats de la science, peut légitimement s'alarmer à la lecture d'un tel propos qui semble vouloir dissuader l'élève de penser par lui-même, au nom de la soumission que l'homme doit à l'Humanité !

Il n'en est rien en réalité. Il est vrai que Comte, depuis sa jeunesse, est empiriste en ce qui concerne les principes de la géométrie : il n'hésite pas à considérer ceux-ci comme des vérités d'observation et, dans la *Synthèse* encore, il soutient par exemple que les propriétés fondamentales du cercle (son uniformité de courbure notamment) sont d'abord connues au moyen de l'expérience et non de la démonstration. Il insiste aussi sur le rôle légitime de *l'induction* en mathématiques, donnant en exemple l'usage des mathématiciens du XVII qui y avaient régulièrement recours, contre les géomètres contemporains qui voudraient réduire tous nos moyens logiques à la seule déduction. Rien de plus opposé à l'enseignement de Comte que la volonté d'axiomatisation des mathématiques, dont David Hilbert, le revoilà, sera l'un des principaux acteurs. Toutefois, Comte n'en néglige pas pour autant ce fondement de l'instruction que notre école a tendance à oublier ou mépriser : je veux dire *l'ordre des raisons*. Au contraire, c'est bien à la mise en évidence d'un tel ordre, plus encore qu'à l'acquisition d'une certitude, que doivent servir les démonstrations : elles doivent montrer, comme le dit Comte, la *filiation* des notions mathématiques. Il ne faut pas entendre seulement par là la succession historique de leurs découvertes, même si la *Synthèse* confirme que cet ordre historique est, dans ses grandes lignes, conforme à « l'ordre dogmatique », mais aussi et surtout l'enchaînement intemporel des connaissances. Comte n'a donc pas besoin de rentrer dans le détail des démonstrations : il fait confiance à l'intelligence de son lecteur. Il lui suffit de placer chaque théorie à sa juste place dans l'ordre des raisons pour l'éclairer d'une vive lumière, là où un formalisme pointilleux, sous prétexte de « rigueur » aurait, au contraire, fait perdre de vue à l'élève le sens des caractères qu'il manipule.

En voici un exemple simple. Demandez à des élèves, même parmi ceux qui ont étudié les mathématiques jusqu'à la Terminale, ce que c'est que le nombre π. Bien souvent vous n'obtiendrez pas d'autre réponse qu'une évaluation approximative de sa grandeur, avec plus ou moins de chiffres après la virgule. Mais comment a-t-on pu procéder à une telle évaluation ? Apparemment leurs professeurs ne les ont pas amenés à se poser la question. Ils savent certes que le périmètre d'un cercle est égal au produit de π par son diamètre, mais on leur a présenté cette égalité, en général, comme une formule permettant de calculer le périmètre. En réalité, il s'agit bien sûr de la définition du nombre π, rapport du périmètre au diamètre. Alors seulement on peut donner sens à l'évaluation de ce nombre : le périmètre d'un cercle est supérieur au triple de son diamètre, mais inférieur au quart, par exemple. Maintenant, cette définition elle-même présuppose que le rapport du périmètre au diamètre est le même dans tous les cercles. Si ce n'était pas le cas, elle serait vide de sens. Il faut donc établir d'abord la *similitude* de tous les cercles.

Non seulement c'est bien par cette démonstration de la similitude des cercles que s'ouvre la leçon de « géométrie préliminaire » consacrée à la rectification du cercle (première section de la troisième partie : ANGULOS), mais Comte peut même en proposer d'emblée deux ou trois démonstrations différentes. Car, suivant l'ordre des raisons, il s'est d'abord intéressé dans le

Texte publié sous licence Creative Common © Mathieu Gibier – *Septembre* 2023.

préambule géométrique à la similitude des figures rectilignes, toujours réductible à celle des triangles, et il a établi à cette occasion deux méthodes générales pour démontrer la similitude de deux figures.

La similitude des cercles ainsi établie par plusieurs moyens, cela a un sens de considérer le rapport du périmètre au diamètre comme constant et d'essayer de l'évaluer. Comte rappelle alors la méthode d'Archimède qui, en inscrivant et circonscrivant des polygones dont le nombre de côtés double à chaque étape, lui permit d'obtenir une évaluation de π déjà remarquable par sa précision. Il donne également le principe d'autres méthodes d'évaluation plus modernes et montre comment le problème de la rectification du cercle et celui de sa quadrature communiquent à partir de là. Par exemple, la manière dont on démontre la formule de l'évaluation de la surface du cercle par passage à la limite à partir de celle d'un polygone régulier quelconque, est un trait de lumière (voir BENDITO).

Cet échantillon donne une faible idée de l'ampleur de la construction de Comte, mais il suffit, me semble-t-il, pour comprendre que la *Synthèse subjective* ne néglige nullement l'ordre des raisons. Si Comte est en effet à l'opposé du « tournant de la rigueur » qui caractérisera le formalisme mathématique à la fin du XIXe siècle, il faut le mettre à son crédit. Car, bien que ce formalisme ait sa légitimité en tant que souci de clarification des fondements de cette science, il a certainement fait des ravages dans l'enseignement des mathématiques, en faisant négliger le rôle crucial qu'y jouent l'intuition et l'imagination. C'est ce que Comte appelle l'oubli de la « logique des images » au profit de la seule « logique des signes », alors que l'attrait des mathématiques réside en réalité dans leur complémentarité.

III

Je passe au troisième motif d'inquiétude : la volonté de Comte de renouer avec des spéculations numérologiques qu'il fait remonter jusqu'au fétichisme (l'époque où l'homme, procédant du dedans au dehors, conçoit toute chose à son image). Comte appelle « nombres sacrés » les trois premiers entiers, et il leur attribue des propriétés « religieuses », rendant hommage aux croyances « fétichiques » à ce sujet. Ses réflexions occupent une bonne place dans les leçons d'arithmétique, et interviennent même en géométrie et en mécanique. Mais, premièrement, il ne faut pas perdre de vue le caractère *subjectif* de la synthèse proposée par Comte : il ne s'agit évidemment pas de revenir au pythagorisme en faisant des nombres la structure même du réel, et en spéculant sur leurs mystères, mais d'utiliser l'aptitude de ces nombres pour ordonner nos pensées. Les explications données par le *Système* sont très claires à ce sujet : si les trois premiers nombres sont privilégiés, c'est d'abord pour la raison, toute relative, que nous ne pouvons concevoir clairement une pluralité *abstraite* que jusqu'à trois. Au-delà, il faut nous aider d'objets que nous manipulons : soit des cailloux, soit les symboles sur lesquels on calcule (l'étymologie de ce mot nous rappelle assez que calculer, c'est d'abord manipuler des cailloux). Peut-être que, si *2 et 2 font 4* est le type même de l'évidence, c'est parce que *quatre* est en effet le premier nombre qu'il est utile, pour bien l'appréhender, de concevoir autrement qu'en ajoutant 1 à 3 : il est plus net dans notre esprit lorsque nous l'envisageons comme une combinaison de deux combinaisons, car ainsi nous ne considérons jamais plus de deux choses en même temps. En tout cas, on voit bien dans toute l'histoire de nos notations des nombres qu'au-delà de quatre, nous ne concevons plus nettement la pluralité et nous éprouvons le besoin d'inventer des symboles spéciaux, par exemple pour les groupements de cinq choses (le *V* romain)[4].

Pour ordonner clairement nos pensées abstraites, il faut donc nous appuyer principalement sur ces trois premiers nombres. Comme le dit là aussi l'étymologie, toute *combinaison* est, quand elle est

---

[4] Pour une histoire du calcul « sans papier » à partir du principe « pas plus de quatre », on pourra consulter l'excellent petit livre d'Alain Schärlig, *Tables de compte et bouliers*, EPFL Press 2022 (pour la 2e édition).

Texte publié sous licence Creative Common © Mathieu Gibier – *Septembre* 2023.

bien formée, une union de deux choses, tandis que toute progression, ayant un début, un milieu et une fin, comporte trois éléments. Voyez déjà ce que dit Aristote sur l'action dans la tragédie. Enfin, la conception de l'ensemble suppose toujours de ramener ses éléments à l'unité. Voilà donc la signification, toute « subjective » on le voit, des nombres sacrés : « *un* représente toute systématisation, *deux* distingue toujours la combinaison, et *trois* définit partout la progression » (*Système*). Rien à voir avec l'illusion métaphysique qui consiste à faire des nombres entiers les composants ultimes de la réalité, telle qu'elle transparaît encore à la fin du XIXe dans la phrase célèbre du mathématicien Kronecker disant que Dieu a créé les entiers, et que l'homme a fait le reste.

Ainsi, la formule par laquelle Comte résume le positivisme : « L'amour pour principe, l'ordre pour base, le progrès pour but », est symbolisée par la succession des trois premiers nombres. Aimer quelqu'un ou quelque chose, c'est se considérer comme formant une unité avec lui : voyez la définition de Descartes. D'autre part tout ordre suppose un dualisme, par exemple le dualisme entre l'homme et le monde, ou le dualisme de l'acide et de la base dans la combinaison chimique. Je ne prends pas par hasard cet exemple chimique, car les leçons de chimie du *Cours de philosophie positive* expliquaient déjà que toute combinaison bien formée doit se réduire à deux termes, et Comte soulignait à cette occasion qu'il ne s'agit pas là d'une loi de la nature objective, mais plutôt d'une nécessité de notre intelligence : « Ainsi, je ne propose point le dualisme universel et invariable comme une loi réelle de la nature, que nous ne pourrions jamais avoir aucun moyen de constater ; mais je le proclame un artifice fondamental de la vraie philosophie chimique, destiné à simplifier toutes nos conceptions élémentaires, en usant judicieusement du genre spécial de liberté resté facultatif pour notre intelligence, d'après le véritable but et l'objet général de la chimie positive. » (36e leçon du cours). Il suffit en outre, ici, de penser à la loi des trois états pour avoir un exemple de progression ternaire bien formée, où le terme moyen doit toujours être conçu à partir des extrêmes entre lesquels il sert de transition. On pourrait donner bien d'autres exemples. En voici un particulièrement remarquable, dans le domaine morale ou sociologique : dans la théorie positive de la *famille*, la condamnation de la polygamie découle aussi du fait que toute combinaison bien formée doit se réduire à deux éléments ! « Car la polygamie ne produit réellement qu'un mélange de familles diverses, au lieu d'une famille unique. (…) Aucune vraie combinaison ne saurait être plus que binaire, encore mieux dans l'ordre moral que dans l'ordre physique. » Ainsi le « polyamour » est-il une combinaison mal formée, aussi bien la chose que le mot d'ailleurs (mélange de racines grecque et latine).

Ce qui est remarquable, c'est la façon dont ces principes servent effectivement à organiser tout l'ouvrage de Comte. D'abord, le plan d'ensemble des mathématiques telles qu'il les conçoit en est une illustration. Pour comprendre l'unité profonde des mathématiques, il est essentiel de voir comment la géométrie se sert du calcul et réagit sur lui, de sorte que la géométrie et l'algèbre ne doivent pas être étudiées séparément, mais dans leur corrélation : c'est ce que Comte entreprend dans les chapitres 4 à 6 du cours, après avoir posé leurs bases respectives dans les chapitres antérieurs. Bien que les liens avec la mécanique soient évidents, Comte décide pourtant de lui réserver un chapitre distinct, en vertu du principe selon lequel toute combinaison doit comporter deux termes seulement. Il s'en explique dans le *Système* : « Ainsi, quand on a séparément ébauché assez le calcul et la géométrie d'après leurs sources respectives, il faut instituer bientôt leur intime harmonie, pour diriger alternativement la formation successive de l'un et l'extension correspondante de l'autre. Mais cette combinaison est nécessairement binaire comme toutes les autres quelconques, physiques ou logiques ; la mécanique ne peut réellement y entrer, quoiqu'elle doive l'utiliser beaucoup. » Quand, en revanche, on envisage la connaissance mathématique comme le fruit d'une progression, alors le schéma ternaire s'impose de nouveau : « Il faut donc consacrer irrévocablement, comme autant dogmatique qu'historique, la progression naturelle de l'esprit mathématique, surgi d'abord dans les spéculations numériques, ensuite mûri surtout par les conceptions géométriques, pour aboutir enfin aux théories mécaniques, où réside sa limite nécessaire. » Nous remarquons encore ici le souci d'assigner une limite au-delà de laquelle il ne faut pas aller. C'est ce qui conduit Comte à expulser

Texte publié sous licence Creative Common © Mathieu Gibier – *Septembre* 2023.

finalement de l'enseignement mathématique la théorie analytique de la chaleur de Fourier, bien qu'il admire le génie de son fondateur.

Maintenant, ce que Comte appelle les « spéculations philosophiques sur les nombres » ne s'arrêtent pas là. Si l'on s'intéresse aux nombres plus grands, on cherchera d'abord, pour les concevoir distinctement, à les décomposer en nombres plus petits au moyen de la division : l'attention doit donc se porter principalement sur les nombres qui ne peuvent pas être ainsi décomposés, à savoir les nombres « justement qualifiés de premiers », que Comte appelle aussi « racines universelles » des autres nombres. Pour les concevoir distinctement, à leur tour, on n'a pas d'autre choix que de les engendrer à partir des trois nombres sacrés : on dira ainsi que *cinq* est une combinaison suivie d'une progression, ou que *sept* correspond à « deux progressions suivies d'une synthèse ». On n'ira d'ailleurs pas au-delà de 7 de cette façon car, pour concevoir de la même manière le nombre premier suivant, onze, il faudrait assembler plus de trois progressions. Voilà pourquoi ce nombre sept a un statut privilégié : « succédant à la somme des trois nombres sacrés, [il] détermine le plus vaste groupe que nous puissions distinctement imaginer ». C'est déjà ainsi que Comte propose d'expliquer l'origine de la *semaine* dans le *Système* : il fait remarquer que cette institution est probablement antérieure à l'observation du nombre des planètes, dont nos jours ont pris les noms, et ne saurait donc s'expliquer par là. Il la fait donc remonter au fétichisme, cette disposition originelle de notre esprit à puiser *en lui-même* les modèles lui permettant de concevoir l'ordre extérieur, avant de procéder en sens contraire dans la « période intermédiaire ». On voit bien me semble-t-il, sur cet exemple, ce que Comte veut dire en parlant de synthèse *subjective*. Mais il va plus loin dans la *Synthèse* en proposant même de réformer notre système de numération : il faudrait s'habituer à compter en base 7, et non plus en base 10 ! Proposition audacieuse, que je n'entreprendrais pas de juger. Je remarque seulement le caractère problématique de ses arguments. Il dit qu'une base de numération doit être de préférence un nombre premier, mais ça n'a rien d'évident. Jean Essig, dans les années 50, a écrit un petit livre, *Douze, notre dix futur*, proposant de remplacer la base 10 par la base 12. Or il argumente exactement à l'inverse de Comte, disant que 12 est une bonne base parce qu'il a beaucoup de diviseurs…

Je laisse donc cela de côté pour terminer sur la manière dont cette théorie des nombres sacrés permet à Comte de structurer, non seulement les grandes divisions des mathématiques, mais bien *toutes les divisions de son ouvrage*, jusqu'au nombre des phrases dans chaque paragraphe. Pour suivre, il est utile d'avoir le plan des « acrostiches systématiques » sous les yeux (à distribuer). D'abord, puisque sept est le groupement le plus vaste qu'on puisse concevoir, l'ouvrage devait être divisé en sept chapitres. Chacun de ces chapitres pouvant se lire comme une progression sera à son tour divisé en trois parties. Chacune de ces parties, pour embrasser là encore la plus grande diversité distinctement conçue, est divisée en sept sections, lesquelles sections à leur tour se décomposent en sept groupes ou paragraphes. Pour aider à retenir ces décompositions et pour leur associer en même temps des sentiments et des images susceptibles d'inspirer et de soutenir le géomètre dans sa méditation, ces divisions se traduisent, comme vous le savez sans doute, par des acrostiches. Considérons seulement, pour fixer les idées, le chapitre 3, qui porte sur la *géométrie préliminaire* (celle qui précède la systématisation cartésienne) : la première partie définit le but et la nature de la science géométrique, elle se divise en sept sections de sept paragraphes chacune. La première lettre de la première section est toujours A, puis B pour la deuxième section, et ainsi de suite en passant directement de D à F : (A, B, C, D, F, G, H). Maintenant, chaque section se décompose en sept paragraphes, fournissant par leurs premières lettres respectives un mot de sept lettres qui aide à retenir leur succession : ABONDER, BLANCAS, COMPLET, DICHOSA, FRONTAL, GENITOR, HIPARQE. Je ne peux rentrer dans plus de détails, mais il faut remarquer que le nombre des phrases pour chacun des paragraphes est lui aussi défini à l'avance, qu'il correspond toujours, pour les raisons indiquées plus haut, à un nombre premier inférieur ou égal à 7 (donc 3, 5 ou 7), et qu'il est lui aussi mis en correspondance avec un acrostiche formé cette fois des premières lettres de chaque phrase à l'intérieur du paragraphe. Ce système peut paraître délirant (ou oulipien avant la lettre) mais, à l'usage,

Texte publié sous licence Creative Common © Mathieu Gibier – *Septembre* 2023.

il aide considérablement à retenir le plan d'ensemble de l'ouvrage, surtout que les acrostiches ont souvent un rapport avec le contenu même du propos. Ainsi, dans l'exemple que j'ai indiqué,

ABONDER = *source* de la géométrie (sens premier du verbe : jaillissement de la source)

BLANCAS = indication des *vides* que notre connaissance géométrique ne pourra jamais combler (c'est là qu'il y a la remarque sur l'impossibilité de quarrer le cylindre oblique)

COMPLET = réflexion sur le « mauvais infini » qui menace la géométrie de dispersion et « d'incomplétude » si l'on ne définit pas rigoureusement son but et ses limites.

DICHOSA = considérations sur l'espace, siège de ce que Comte appelle « la fatalité suprême ». Or l'espagnol *dichosa*, « heureuse », vient de *dicha* : « bonheur », qui semble avoir signifié d'abord « fatalité », avec la même étymologie dans les deux cas : les choses qui ont été dites (*dicta, fatum*). Comte connaissant d'ailleurs le personnage d'*El Desdichado* dans l'*Ivanhoé* de Walter Scott.

FRONTAL = comment on passe de l'origine de la géométrie à la géométrie générale, le front pouvant suggérer l'idée de quelque chose qui avance.

GENITOR = les derniers développements engendrés par la progression géométrique, avec les travaux de Monge sur la classification des surfaces et l'unification analytique de Lagrange.

HIPARQE = une réflexion historique sur les raisons pour lesquelles la révolution cartésienne en géométrie n'a pas eu lieu plutôt. Comte fait explicitement le parallèle avec les raisons pour lesquelles la révolution copernicienne et les découvertes de Kepler ne sont pas survenues dès la fin de l'Antiquité. Dans les deux cas, il soutient qu'on ne peut pas comprendre ces retards si l'on ne replace pas l'évolution des sciences correspondantes dans l'histoire globale de l'humanité. Or, ce problème, c'est bien le nom d'Hipparque qui le résume à ses yeux, comme on voit dans le *Système* : « L'ensemble des travaux d'Hipparque suscite maintenant, pour la philosophie de l'histoire, une question caractéristique, déjà posée dans le volume précédent. »

Je termine en ajoutant une remarque sur le choix des acrostiches. Vous voyez qu'il y a des noms propres, souvent déformés pour pouvoir rentrer dans les contraintes de composition que Comte s'est fixées : il fallait que le nom d'Hipparque ne fasse plus que sept lettres par exemple ! Ces noms propres, en général, figurent en bonne place dans le calendrier positiviste, comme vous constatez en parcourant le plan : ceux ont le nom s'étend sur toute une section correspondent à des noms de mois ou de semaines dans le calendrier positiviste, tandis que ceux dont le nom représente un paragraphe correspondent plutôt à des noms de jour. Par exemple, *Cléro* dans la section CONFIER, deuxième partie du chapitre 3 : place qui ne doit rien au hasard. Ce paragraphe rend explicitement hommage à ce géomètre qui, non content d'avoir fait progresser la géométrie et la mécanique céleste, est un des rares à s'être intéressé à l'enseignement élémentaire des mathématiques. Il arrive qu'un nom majeur n'ait pourtant droit qu'à un paragraphe, mais cela s'explique alors souvent par la première lettre de ce nom, qui ne figure pas au début de l'alphabet ! Ainsi, *Talès* ne pouvait figurer que dans un nom de paragraphe, pas dans un nom de section. C'est pourquoi Comte modifie sa règle de composition pour l'introduction et la conclusion : dans la conclusion, par exemple, la succession L, M, P, R, S, T, V remplace la suite des premières lettres de l'alphabet, ce qui permet par exemple d'introduire le nom de Leibniz pour la première section, sous la forme étrange de *Leibnus* !

Cependant tous les noms propres qu'Auguste Comte a utilisés pour ses acrostiches ne se retrouvent pas dans le calendrier positiviste. Car celui-ci n'a pas négligé d'introduire aussi les noms de ceux qui devaient servir d'apôtres à la nouvelle religion de l'Humanité : on retrouve ainsi dans les acrostiches, mais sous une forme parfois difficile à reconnaître à cause des déformations orthographiques, tous les amis d'Auguste Comte qu'il avait désignés comme ses exécuteurs testamentaires : Robinet, Laffite (*Lafites*), Wallace (*Vallace*), le docteur Audiffrent (*Odifran*) etc.

Texte publié sous licence Creative Common © Mathieu Gibier – *Septembre* 2023.

Enfin, outre *Clotild* évidemment, on notera aussi la présence de la mère d'Auguste Comte dans les acrostiches : dès l'introduction, le paragraphe *Rosalie*. Le nom de Rosalie est celui de toute une section dans la dernière partie de la conclusion.

Conclusion :

J'ai indiqué trois motifs d'inquiétude qui peuvent arrêter le lecteur de la *Synthèse subjective* : la volonté de clore les mathématiques, le mépris de Comte pour la rigueur démonstrative, enfin ses spéculations peu « scientifiques » sur les nombres sacrés et le mode de rédaction « oulipien » de l'ouvrage. Après examen de ces motifs, il apparaît qu'en effet l'ouvrage de Comte est intempestif : l'esprit dans lequel il étudie les mathématiques est profondément opposé au formalisme qui caractérise les mathématiques depuis la fin du XIXe siècle. Il est vrai aussi que ce n'est pas un livre à conseiller à un futur chercheur en mathématiques, puisque Comte veut montrer qu'il n'y a au fond plus rien d'intéressant à chercher ! Mais le caractère intempestif de l'ouvrage n'en fait-il pas en même temps le prix ? Si c'est justement à cause d'un formalisme mal compris (car confondu avec la pensée) que l'enseignement mathématique a pris aujourd'hui un caractère si peu philosophique, si c'est aussi à cause d'une perte de l'esprit encyclopédique et du sens de la continuité historique, alors la lecture de cette impressionnante synthèse, qui ne néglige pas plus l'ordre des raisons que la culture des sentiments, pourrait bien contribuer à un enseignement mathématique « régénéré », même si ce n'est pas exactement de la façon dont Comte l'avait imaginé.

Texte publié sous licence Creative Common © Mathieu Gibier – *Septembre* 2023.